

การวัดค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นด้วยลูกตุ้มนาฬิกา

บัญชา คังตระกูล¹, สายชล สิทธิพงศ์^{2*}

¹ สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยนอร์ท-เชียงใหม่ เชียงใหม่

² สาขาวิชาเทคโนโลยียานยนต์ คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยนอร์ท-เชียงใหม่ เชียงใหม่

*Corresponding author email: saichon@northcm.ac.th

ได้รับบทความ: 30 มิถุนายน 2568

ได้รับบทความแก้ไข: 11 สิงหาคม 2568

ยอมรับตีพิมพ์: 23 สิงหาคม 2568

บทคัดย่อ

บทความนี้ได้นำเสนอการหาค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นที่ถูกต้องและแม่นยำ โดยใช้ลูกตุ้มนาฬิกาเป็นมาตรฐานความโน้มถ่วง ผลลัพธ์ที่ได้สามารถนำไปใช้ในการคำนวณทางวิศวกรรมที่ต้องการความละเอียดสูง การทดลองดำเนินการ ณ พิกัดละติจูด $18^{\circ} 39' 43''$ N และระดับความสูง 300 m เหนือน้ำทะเล โดยใช้ลูกตุ้มนาฬิกาที่มีความยาวแตกต่างกันคือ 1.2992 m, 1.3505 m, 1.3995 m, 1.4505 m และ 1.5000 m โดยจับเวลาการแกว่งจำนวน 100 รอบ และควบคุมมุมเริ่มต้นการแกว่งไม่เกิน 2 องศา ผลการทดลองพบว่า ค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นจากการทดลองมีค่าเท่ากับ $9.7800 \pm 0.0003 \text{ m/s}^2$ และมีค่าคลาดเคลื่อนเมื่อเทียบกับค่าจากการคำนวณ 9.7847 m/s^2 ประมาณ 0.05% สอดคล้องกับวัตถุประสงค์การวิจัย

คำสำคัญ: การวัดความโน้มถ่วง/ มาตรฐานความโน้มถ่วง/ ลูกตุ้มนาฬิกา

Local Gravity Measurement by Using Bob Pendulums

Bancha Kongtragool¹, Saichon Sithipong^{2*}

¹ Department of Mechanical Engineering,
Faculty of Engineering and Technology,
North-Chiang Mai University, Chiang Mai

² Department of Automotive Technology,
Faculty of Engineering and Technology,
North-Chiang Mai University, Chiang Mai

*Corresponding author email: saichon@northcm.ac.th

Received: 30 June 2025

Revised: 11 September 2025

Accepted: 23 September 2025

Abstract

This article presents the determination of local gravity with high accuracy and precision using a bob pendulum as a gravimeter. The results obtained can be applied to engineering calculations that require high resolution. Experiments were performed at a latitude of 18° 39' 43" N and an altitude of 300 m. Five pendulums with lengths of 1.2992 m, 1.3505 m, 1.3995 m, 1.4505 m, and 1.5000 m were used. For each pendulum, the time for 100 oscillations cycles, with the initial amplitude controlled to be less than 2°. The experimentally obtained local gravity was $9.7800 \pm 0.0003 \text{ m/s}^2$, with a deviation of approximately 0.05% compared to the calculated value of 9.7847 m/s^2 , which is consistent with the research objective.

Keywords: Gravity measurement/ Gravimeter/ Bob pendulum

บทนำ

ในการประชุม General Conference on Weights and Measurement ครั้งที่ 3, ปี ค.ศ. 1901, ได้กำหนดค่ามาตรฐานของความโน้มถ่วงบนผิวโลกเป็น $g_0 = 9.806\ 65\ \text{m/s}^2$ เป็นค่าที่กำหนดสำหรับสถานที่ซึ่งไม่ทราบค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่น หรือเมื่อค่าความโน้มถ่วงที่แท้จริงนั้นไม่มีความสำคัญ [1] มีค่าโดยประมาณเป็น $9.81\ \text{m/s}^2$ ซึ่งตรงกับค่าความโน้มถ่วงที่เส้นละติจูด 45° และความสูงระดับน้ำทะเล [2]

งานทางด้านกลศาสตร์วิศวกรรมที่ละเอียดอ่อนซึ่งต้องการค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นที่แท้จริง ไม่สามารถใช้ค่าความโน้มถ่วงมาตรฐานได้ เพราะจะทำให้ผลลัพธ์ที่ได้มีความคลาดเคลื่อนไปจากความเป็นจริง เช่นในการทดลองต่างๆ ทางด้านวิศวกรรมโดยเฉพาะอย่างยิ่งในการศึกษาในเรื่องการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกเชิงเดียว (Simple harmonic motion) และการสั่นสะเทือนนั้น ผลลัพธ์ที่เที่ยงตรงในการทดลองต่างๆ จะต้องใช้ค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นเสมอ [3]

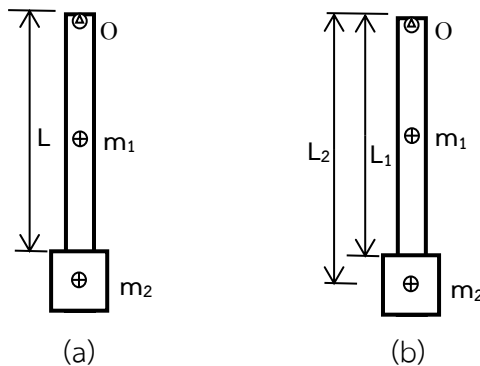
การหาค่าแรงโน้มถ่วงเคยมีการนำเสนอมาแล้วหลายวิธี การทดลองโดยใช้ลูกตุ้มอย่างง่าย (Simple pendulum) สามารถเกิดคาตเคลื่อนได้ การหาจุดศูนย์กลางอย่างละเอียดของลูกตุ้มนั้นทำได้ยาก มวลและความยืดหยุ่นของเส้นลวดก็มีผลต่อความยาวที่ใช้คำนวณ เป็นต้น [4] การทดลองโดยใช้ลูกตุ้มประกอบที่เป็นแท่งโลหะ (Compound pendulum) หรือ (Physical pendulum) สามารถลดข้อจำกัดหลายอย่างของลูกตุ้มอย่างง่ายและผลลัพธ์การหาค่าแรงโน้มถ่วงมีความน่าเชื่อถือได้ [5] และในการหาค่าความคลาดเคลื่อน (Error) เป็นร้อยละก็เปรียบเทียบกับค่าความโน้มถ่วงมาตรฐาน g_0 แทนที่จะเป็นค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่น ณ สถานที่ทดลอง [6] สถาบันมาตรวิทยาแห่งชาติได้วัดค่าแรงโน้มถ่วงโดยใช้เครื่องวัดแบบสมบูรณ พบว่า บริเวณจังหวัดเชียงใหม่มีค่าแรงโน้มถ่วงประมาณ $9.784261950 \pm 0.39 \times 10^{-7}\ \text{m/s}^2$ [7]

จุดประสงค์ของบทความนี้ คือ การหาค่าแรงโน้มถ่วงท้องถิ่นที่ถูกต้องและแม่นยำเพื่อใช้ในการคำนวณด้านกลศาสตร์วิศวกรรมที่ละเอียดอ่อน โดยการนำเสนอการใช้เครื่องมือที่ไม่ซับซ้อน ราคาถูก สร้างได้เอง เป็นมาตรฐานความโน้มถ่วง (Gravimeter) แบบลูกตุ้มนาฬิกา (Bob pendulum) ซึ่งเป็นลูกตุ้มประกอบชนิดหนึ่ง โดยตั้งเป้าหมายไว้ว่าผลลัพธ์ที่เป็นค่าทดลองจากการวัดด้วยลูกตุ้มนาฬิกาจะต้องมีค่าคลาดเคลื่อน (Error) จากค่าคำนวณไม่เกินร้อยละ 5

วัสดุและวิธีการ

ลูกตุ้มนาฬิกา

วิธีวัดความโน้มถ่วงมีอยู่หลายวิธี ส่วนใหญ่มีหลักการบนพื้นฐานของพลศาสตร์ เช่น ใช้วิธีการตกอย่างอิสระของวัตถุ ใช้ระนาบเอียง ใช้ลูกตุ้มอย่างง่าย และใช้ระบบสปริง-มวล โดยหลักการแล้วลูกตุ้มนาฬิกาสามารถใช้เป็นมาตรฐานความโน้มถ่วงได้เช่นกัน



พิจารณาแผนภาพของลูกตุ้มนาฬิกาในภาพที่ 1(a) ซึ่งใช้ในการวิเคราะห์ห้อย่างแพร่หลายโดยให้มวลรวมเป็น:

$$m = m_1 + m_2 \quad (1)$$

ระยะจากจุด O ถึงตำแหน่งของจุดศูนย์กลางถ่วงเป็น:

$$x = (\frac{m_1 L}{2} + m_2 L) / (m_1 + m_2) \quad (2)$$

โมเมนต์ความเฉื่อยของมวลรอบจุด O เป็น:

$$I_0 = \frac{m_1 L_1^2}{3} + m_2 L_2^2 \quad (3)$$

มีคาบของการแกว่งของลูกตุ้มทั่วไปเป็น [8]:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{mgx}} \quad (4)$$

โดยมีความคลาดเคลื่อนอยู่ในสมการ (2) และ (3)

เมื่อแทนสมการ (1), (2), และ (3) ลงในสมการ (4) โดยให้ $L = L_1$ แล้วยกกำลังสองจัดรูปสมการใหม่ จะได้:

$$g = 4\pi^2 \frac{(\frac{m_1}{3} + m_2)}{(\frac{m_1}{2} + m_2)} \frac{L_1}{T^2} \quad (5)$$

หรือ

$$\frac{L_1}{T^2} = \frac{g}{4\pi^2} \frac{(\frac{m_1}{2} + m_2)}{(\frac{m_1}{3} + m_2)} = \text{Conts.} \quad (5a)$$

และ
$$4\pi^2 \frac{\left(\frac{m_1}{3} + m_2\right)}{\left(\frac{m_1}{2} + m_2\right)} L_1 = F_1 = gT^2 \quad (5b)$$

เมื่อพิจารณาคูณลักษณะของสมการ (5) จากสมการ (5a) และ (5b) ก็เข้าใจถึงการประมาณ นั่นคือ อัตราส่วน L_1/T^2 มีค่าคงที่ และความสัมพันธ์ระหว่าง L_1 กับ T^2 เป็นเชิงเส้น เช่นเดียวกับลูกตุ้มอย่างง่าย

พิจารณาภาพที่ 1(b) ระยะจากจุด O ถึงตำแหน่งของจุดศูนย์กลางที่ถูกต้องคือ:

$$x = \left(\frac{m_1 L_1}{2} + m_2 L_2\right) / (m_1 + m_2) \quad (2a)$$

และโมเมนต์ความเฉื่อยของมวลรอบจุด O ที่ถูกต้องคือ:

$$I_0 = \frac{m_1 L_1^2}{3} + m_2 L_2^2 \quad (3a)$$

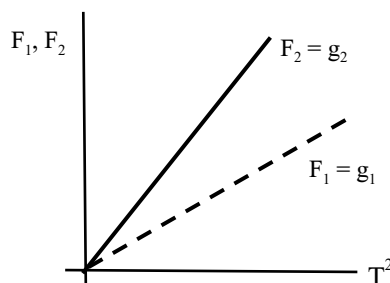
เช่นเดียวกันแทนสมการ (3), (4a), และ (5a) ลงในสมการ (2) จะได้:

$$g = \frac{4\pi^2 \left(\frac{m_1 L_1^2}{3} + m_2 L_2^2\right)}{T^2 \left(\frac{m_1 L_1}{2} + m_2 L_2\right)} \quad (6)$$

เห็นได้ว่าสมการ (6) มีรูปแบบที่ซับซ้อนมากกว่าสมการ (5) แต่ถ้าลูกตุ้มยาวมากๆ L_1 กับ L_2 จะมีความแตกต่างกันน้อย สามารถประมาณให้ L_1 เท่ากับ L_2 และสมการ (6) ก็สามารถใช้สมการ (5) และจัดรูปสมการ (6) ใหม่เป็น:

$$4\pi^2 = \frac{\left(\frac{m_1 L_1^2}{3} + m_2 L_2^2\right)}{\left(\frac{m_1 L_1}{2} + m_2 L_2\right)} = F_2 = gT^2 \quad (6a)$$

จากสมการ (5b) และ (6a) จะเห็นได้ว่าทั้งสองสมการมีคุณลักษณะสอดคล้องกัน โดยที่ F_1 และ F_2 เป็นฟังก์ชันของมวล m กับความยาว L ซึ่งมีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับ T^2 ดังนั้นค่าความโน้มถ่วง g หาได้โดยตรงจากค่าความชันของเส้นกราฟ ดังแสดงในภาพที่ 2



ภาพที่ 2 ความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชัน F_1 และ F_2 กับ T^2

สมการ (5) ใช้การประมาณสามอย่างคือ การประมาณ $\sin\theta \cong \theta$ การประมาณตำแหน่งจุดศูนย์ถ่วงรวมของลูกตุ้ม และการประมาณโมเมนต์ความเฉื่อยของมวล m_2

ส่วนสมการ (6) นั้นมีการประมาณ $\sin\theta \cong \theta$ เพียงอย่างเดียว เมื่อเริ่มต้นการแกว่งลูกตุ้มด้วยมุมน้อยๆ ค่าความคลาดเคลื่อนจะลดลงตามไปด้วย

จากการวิเคราะห์ข้างต้น ทำให้เกิดแนวคิดในการหาค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นด้วยลูกตุ้มนาฬิกาได้สามวิธี คือ:

1. นำลูกตุ้มนาฬิกาหนึ่งแท่งมาแกว่งแล้วจับเวลาหาคาบของการแกว่ง วิธีนี้ต้องการความยาว L_1 กับ L_2 และมวล m_1 กับ m_2 ของลูกตุ้มเพียงอย่างละหนึ่งค่า และคาบในการสั่นเพียงค่าเดียว เพราะใช้อัตราส่วนระหว่างฟังก์ชัน F_1 และ F_2 กับ T^2 มีค่าคงที่ ก็จะสามารถคำนวณหาค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นได้จากสมการ (5) และ (6)

แม้ว่าวิธีนี้จะใช้ได้ทั้งทางทฤษฎีแต่ในทางปฏิบัติยังมีข้อจำกัด จึงจำเป็นต้องทดลองซ้ำหลายครั้งเพื่อเพิ่มความแม่นยำของค่าความโน้มถ่วงที่ได้

2. นำลูกตุ้มนาฬิกาขนาดความยาวต่างๆ มาทดลองแกว่งเพื่อจับเวลาหาคาบในการแกว่งของแต่ละแท่งเช่นเดียวกับวิธีที่ 1 แล้วคำนวณหาค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นจากค่าเฉลี่ยของอัตราส่วนฟังก์ชัน F_1/T^2 และ F_2/T^2

วิธีที่ 2 เป็นการซ้ำตามวิธีที่ 1 หลายครั้ง โดยใช้ลูกตุ้มที่มีความยาวต่างกัน แล้วหาค่าเฉลี่ยของค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นที่ได้ ซึ่งช่วยเพิ่มความแม่นยำและความเที่ยงตรงของผลลัพธ์มากกว่าวิธีที่ 1

3 นำค่าของฟังก์ชัน F_1 กับ F_2 และ T^2 จากวิธีที่ 2 มาสร้างกราฟดังภาพที่ 2 พิจารณาค่าความชันของเส้นตรง จะได้ค่าความโน้มถ่วง g จากค่าความชันโดยตรง

บทความนี้มุ่งเน้นที่วิธีการที่ 2 และ 3 เนื่องจากวิธีที่ 1 เป็นเพียงขั้นตอนหนึ่งภายในกระบวนการของวิธีที่ 2 อยู่แล้ว

การวัดความยาวของแท่งเกลียวในการทดลองนี้ ทำโดยใช้ตลับเมตรที่ผ่านการสอบเทียบแล้ว และมีค่าความละเอียด (Least count) เท่ากับ 1 mm สำหรับการวัดความหนาของตุ้มถ่วงใช้เวอร์-เนียคาลิเปอร์ที่มีความละเอียด 0.02 mm ส่วนการชั่งมวลใช้เครื่องชั่งอิเล็กทรอนิกส์ที่มีค่าความละเอียด 0.5 g พารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับลูกตุ้มนาฬิกาแสดงไว้ในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 พารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับลูกตุ้มนาฬิกา

m_1 , (kg)	L_1 , (m)	L_2 , (m)	L_2/L_1	F_1 , (m)	F_2 , (m)	F_2/F_1
0.928	1.2992	1.3145	1.0117	48.887	49.429	1.0111
0.961	1.3505	1.3658	1.0113	50.742	51.282	1.0106
0.996	1.3995	1.4148	1.0109	52.500	53.038	1.0103
1.031	1.4504	1.4656	1.0105	54.322	54.858	1.0099
1.070	1.5000	1.5153	1.0102	56.086	56.620	1.0095

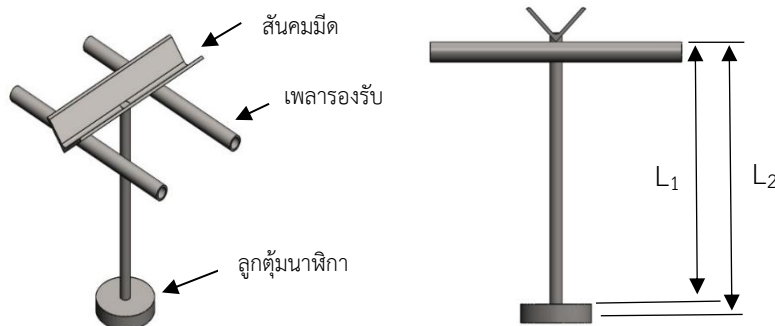
หมายเหตุ: $m_2 = 2.8370$ kg

อุปกรณ์ทดลอง

อุปกรณ์ที่สำคัญและการติดตั้งสำหรับการทดลองการวัดค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นด้วยลูกตุ้มนาฬิกามีรายละเอียด ดังตารางที่ 2 และมีโครงสร้างชุดทดลอง ดังภาพที่ 3

ตารางที่ 2 พารามิเตอร์ที่สำคัญของอุปกรณ์การทดลอง

อุปกรณ์	รายละเอียด
แท่งลูกตุ้มนาฬิกา	ใช้แท่งเหล็กเกลียวขนาดผ่านศูนย์กลาง 12 mm
สันคมมีด	ทำจากเหล็กฉากขนาด 25.4 × 25.4 mm
เพลารองรับ	ทำจากท่อเหล็กขนาด 1/2-inch
นาฬิกาจับเวลา	ใช้นาฬิกาจับเวลาที่มีความละเอียด 0.01 s



ภาพที่ 3 โครงสร้างชุดทดลองลูกตุ้มนาฬิกา

วิธีทดลอง

การทดลองนี้ดำเนินการเพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของแท่งลูกตุ้มนาฬิกากับคาบการแกว่งของลูกตุ้มนาฬิกา โดยมีการควบคุมตัวแปรอื่นให้คงที่ เพื่อหาค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่น มีขั้นตอนตามลำดับดังต่อไปนี้

1. นำแท่งเกลียวแท่งแรกที่ยาว 1299.20 mm มาใส่ส้นคมมีดหมุนปลายแท่งเกลียวเข้าไปจนสุด ระยะห่างระหว่างส้นเหล็กฉากกับผิวด้านบนของลูกตุ้มถ่วงจะเท่ากับความยาวแท่งเกลียว (L_1) สุดท้ายนำลูกตุ้มนาฬิกาที่ติดตั้งส้นคมมีดแล้วไปวางบนเพลารองรับเพื่อเตรียมการทดลอง

2. ทำการเบนลูกตุ้มนาฬิกาออกจากตำแหน่งสมดุลสถิตในมุมไม่เกิน 2 องศา จากนั้นปล่อยให้ลูกตุ้มแกว่งอย่างอิสระ แล้วจับเวลาการแกว่งจนครบ 100 รอบ อย่างสมบูรณ์ พร้อมทั้งจดบันทึกระยะเวลา โดยทำการทดลองซ้ำทั้งหมด 12 ครั้ง

3. เปลี่ยนเป็นแท่งเกลียวแท่งถัดไปซึ่งมีความยาว 1350.50 mm แล้วทำการทดลองซ้ำตามขั้นตอนเดิม ทำเช่นนี้ต่อเนื่องจนเสร็จสิ้นการทดลองครบทั้งห้าความยาวของแท่งเกลียว ผลการทดลองทั้งหมดแสดงไว้ในตารางที่ 3

จุดประสงค์ของการใช้มุมการแกว่งของลูกตุ้มนาฬิกาไม่เกิน 2° และแกว่งจำนวน 100 รอบ คือมุมขนาดนี้เพียงพอกับจำนวนรอบการแกว่งของลูกตุ้มตามที่ต้องการ และทำให้การทดลองสอดคล้องสมมติฐาน Small oscillation เพื่อลดการสั่น การหน่วง หรือแรงต้านอื่นๆ ที่มาจากปัจจัยภายนอก

ตารางที่ 3 ข้อมูลจากการทดลอง

ครั้งที่	เวลาในการแกว่งครบ 100 รอบ (s)				
	L_1 (mm)				
	1299.20	1350.50	1399.50	1450.35	1500.00
1	224.74	229.02	232.91	236.72	240.50
2	224.84	229.05	232.85	236.90	240.62
3	224.80	228.93	232.86	236.91	240.72
4	224.75	229.02	232.84	236.80	240.65
5	224.83	228.93	232.87	236.81	240.63
6	224.78	228.94	232.91	236.90	240.56
7	225.03	229.02	232.85	236.91	240.62

ครั้งที่	เวลาในการแกว่งครบ 100 รอบ (s)				
	L_1 (mm)				
	1299.20	1350.50	1399.50	1450.35	1500.00
8	224.84	229.03	232.87	236.83	240.63
9	224.78	228.91	232.91	236.75	240.59
10	224.77	229.05	232.84	236.84	240.56
11	224.84	228.95	232.90	236.75	240.69
12	224.76	229.03	232.84	236.93	240.56
เฉลี่ย (T)	224.81	228.99	232.87	236.84	240.61

ผลการศึกษา

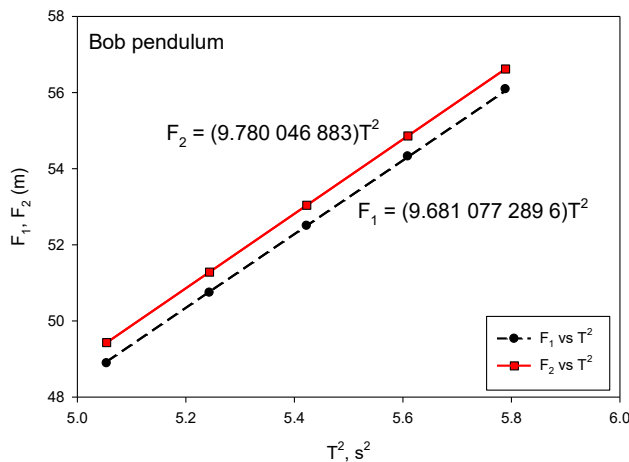
ผลลัพธ์การทดลองแสดงไว้ในตารางที่ 4 สามารถนำมาคำนวณหาผลลัพธ์โดยมีขั้นตอนดังต่อไปนี้ เริ่มต้นด้วยการนำค่าของฟังก์ชัน F_1 และ F_2 จากตารางที่ 1 มาใส่ในสมการที่ 1 และ 2 จากนั้นนำค่าของคาบ T จากตารางที่ 3 มายกกำลังสองแล้วใส่ลงในสมการที่ 3

การคำนวณหาค่าความโน้มถ่วง g_{Exp1} และ g_{Exp2} เป็นการคำนวณจากความยาวของลูกตุ้มนาฬิกา โดย g_{Exp1} พิจารณาความยาวเดียว แต่ g_{Exp2} แยกพิจารณาความยาวและมวล ดังภาพที่ 1(a) และ 1(b) ตามลำดับ

คำนวณหาค่าแรงโน้มถ่วง g_{Exp1} และ g_{Exp2} ในสมการที่ 4 และ 5 โดยหาร F_1 และ F_2 ด้วย T^2 แล้วหาค่าเฉลี่ยแถวสุดท้ายของสมการที่ 4 และ 5 ได้ $g_{Exp1}^{Av} = 9.6806 \text{ m/s}^2$ และ $g_{Exp2}^{Av} = 9.7800 \text{ m/s}^2$

ตารางที่ 4 ผลลัพธ์การทดลอง

F_1 (m)	F_2 (m)	T^2 (s/rev) ²	g_{Exp1} (m/s ²)	g_{Exp2} (m/s ²)	%E ₂ (%)
48.887	49.429	5.0541	9.6728	9.7801	0.0474
50.742	51.282	5.2436	9.6768	9.7798	0.0499
52.500	53.038	5.4229	9.6812	9.7804	0.0435
54.322	54.858	5.6092	9.6844	9.7800	0.0485
56.086	56.620	5.7894	9.6877	9.7800	0.0404
		เฉลี่ย	9.6806	9.7800	0.0475



ภาพที่ 4 ความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชัน F_1 และ F_2 กับ T^2

วิจารณ์

ค่าแรงโน้มถ่วงท้องถิ่นจากวิธีการการคำนวณ (g_{Cal}) ที่นำมาใช้เปรียบเทียบกับผลการทดลอง ได้จากการคำนวณ ณ พิกัดละติจูด $18^\circ 39' 43''$ N และระดับความสูง 300 m จากระดับน้ำทะเล ซึ่งเป็นที่ตั้งของมหาวิทยาลัยนอร์ท-เชียงใหม่ จ.เชียงใหม่ มีค่าเท่ากับ $9.784\,681\,227\text{ m/s}^2$ หรือ ประมาณ 9.7847 m/s^2 [9]

พิจารณาผลลัพธ์จากทดลองในตารางที่ 3 สดมภ์ที่ 4 และ 5 เห็นว่า g_{Exp1} มีค่าความคลาดเคลื่อนเมื่อเปรียบเทียบกับ g_{Cal} มาก (ประมาณ 1.06%) แต่ g_{Exp2} มีค่าใกล้เคียงกับ g_{Cal} มากกว่า และ ค่าความคลาดเคลื่อนเป็นร้อยละของ g_{Exp2} เมื่อเทียบกับ g_{Cal} เมื่อคำนวณหาความคลาดเคลื่อนโดยวิธี $\%E_2 = |(g_{Exp2}/g_{Cal}) - 1|(100)$ ได้แสดงไว้ในสดมภ์ที่ 6 ของตารางความคลาดเคลื่อนของ g_{Exp2}^{Av} มีค่าประมาณ 0.05%

เมื่อนำค่า F_1 และ F_2 (สดมภ์ที่ 1 และ 2) กับค่า T^2 (สดมภ์ที่ 4) ในตารางที่ 3 ไปสร้างเป็นกราฟ จะได้กราฟเส้นตรงดังแสดงในภาพที่ 4 โดยเส้นตรงที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง F_1 กับ T^2 มีค่าความชันเป็น $9.681\,077\,289\,6\text{ m/s}^2 \cong 9.6811\text{ m/s}^2 = g_{Exp1}^{Gr}$ และระหว่าง F_2 กับ T^2 มีค่าความชันเป็น $9.780\,046\,883\text{ m/s}^2 \cong 9.7800\text{ m/s}^2 = g_{Exp2}^{Gr}$

เมื่อเปรียบเทียบกับผลลัพธ์ระหว่าง $g_{\text{Exp1}}^{\text{Av}} = 9.6806 \text{ m/s}^2$ กับ $g_{\text{Exp1}}^{\text{Gr}} = 9.6811 \text{ m/s}^2$ ก็จะเห็นได้ว่ามีความแตกต่างกันน้อยมากเพียง 0.005% ส่วน $g_{\text{Exp2}}^{\text{Av}}$ กับ $g_{\text{Exp2}}^{\text{Gr}}$ นั้นมีค่าเท่ากัน คือ $g_{\text{Exp2}}^{\text{Av}} = g_{\text{Exp2}}^{\text{Gr}} = 9.7800 \text{ m/s}^2 = g_{\text{Exp}}$

จึงสามารถกล่าวได้ว่าวิธีการหาจากค่าเฉลี่ยกับวิธีการหาจากค่าความชันได้ผลลัพธ์เท่ากัน โดยมีค่าความคลาดเคลื่อนเมื่อเทียบกับ g_{Cal} ประมาณ 0.05%

ดังนั้นจะเห็นได้ว่าการหาค่าแรงโน้มถ่วงจากความชันของกราฟ F_2 ซึ่งแยกพิจารณาความยาวลูกตุ้มเป็น L_1 , L_2 และมวลของลูกตุ้มเป็น m_1 , m_2 ดังภาพที่ 1(b) จะได้ค่าความโน้มถ่วงใกล้เคียงกับค่าความโน้มถ่วงที่ได้จากการคำนวณจากพิกัดที่ตั้งทางภูมิศาสตร์มากกว่าการพิจารณาความชันของกราฟ F_1 โดยใช้ความยาวลูกตุ้ม L เพียงค่าเดียว ดังภาพที่ 1(a)

สาเหตุของความคลาดเคลื่อนที่สำคัญในการทดลองนี้มีอยู่สามประการคือ การวัดความยาว การชั่งมวล และการจับเวลา

ประการแรก การวัดความยาวต้องวัดด้วยเครื่องมือที่เที่ยงตรง และวิธีการวัดค่าต้องวัดให้ได้เป็นค่าความยาวแท้จริง โดยมีข้อจำกัดคือค่าความละเอียดของเครื่องมือวัดในการทดลองนี้ใช้ตลับเมตรวัดความยาวของแท่งเกลียว ซึ่งมีความยาวเต็มเส้นจากผู้ผลิตเท่ากับ 1500 mm เมื่อวัดสอบเทียบตลับเมตรกับเวอร์เนียคาลิเปอร์ความยาว 300 mm ทำให้สามารถมั่นใจได้ว่าการวัดความยาวเต็มเส้นด้วยตลับเมตรมีความถูกต้องเพียงพอ

ประการที่สอง หลังจากได้วัดความยาวแท่งเกลียวจนได้ค่าความยาวที่ต้องการแล้วทำการวัดมวลของแท่งเกลียวและลูกตุ้มด้วยเครื่องชั่งอิเล็กทรอนิกส์ที่มีความละเอียด 0.5 g จำนวนหลายครั้งแล้วเลือกใช้ค่ามวลที่ซ้ำกันมากที่สุด ความคลาดเคลื่อนในประเด็นนี้เกิดจากความละเอียดของเครื่องชั่ง

ประการสุดท้าย การจับเวลาของการแกว่งของลูกตุ้มนาฬิกา ความคลาดเคลื่อนในการจับเวลานั้นสิ่งที่สำคัญคือเวลาปฏิกิริยา (Reaction time) ซึ่งเกิดขึ้นสองครั้งในตอนเริ่มและตอนหยุดการจับเวลา การทดลองนี้จึงได้ใช้การจับเวลามากถึง 100 รอบ และทำการทดลองซ้ำถึง 12 ครั้ง การทดลองแบบนี้เพื่อลดความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากเวลาการแกว่งของลูกตุ้ม

พิจารณาความไม่แน่นอน (Uncertainty) จากตารางที่ 3 จะได้ความไม่แน่นอนสัมบูรณ์ (Absolute uncertainty) เป็น $(9.7804-9.7798)/2 \text{ m/s}^2 = \pm 0.0003 \text{ m/s}^2$ ดังนั้นค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นจากการทดลองนี้มีค่าเป็น $g_{\text{Exp}} = 9.7800 \pm 0.0003 \text{ m/s}^2$ ซึ่งสอดคล้องกับค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นของจังหวัดเชียงใหม่ ที่วัดโดยสถาบันมาตรวิทยาแห่งชาติ $9.784261950 \pm 0.39 \times 10^{-7} \text{ m/s}^2$ [7] และการคำนวณโดยใช้พิกัดทางภูมิศาสตร์ 9.7847 m/s^2 [9]

สรุป

ในการทดลองหาค่าความเร่งเนื่องจากความโน้มถ่วงโดยใช้ลูกตุ้มนาฬิกาเป็นมาตรฐาน จำเป็นต้องควบคุมเงื่อนไขการทดลองให้เหมาะสม เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่มีความเที่ยงตรงในระดับที่ยอมรับได้ โดยควรใช้ลูกตุ้มที่มีวัดความยาวให้อย่างถูกต้องแม่นยำ กำหนดมุมเริ่มต้นของการแกว่งให้มีค่าน้อยที่สุดเท่าที่เป็นไปได้ และใช้จำนวนรอบในการจับเวลามากเพียงพอในแต่ละครั้ง เพื่อลดค่าความคลาดเคลื่อนที่จะเกิดขึ้น

ในการทดลองนี้ ได้ใช้ลูกตุ้มนาฬิกาที่มีความยาวเป็น 1.2992 m, 1.3505 m, 1.13995 m, 1.4504 m และ 1.5000 m ตามลำดับ ใช้มุมเริ่มต้นการแกว่งไม่เกิน 2° ใช้จำนวนรอบในการจับเวลา 100 รอบ และในแต่ละความยาวจับเวลาทั้งหมด 12 ครั้ง

ผลลัพธ์จากการศึกษานี้แสดงให้เห็นว่าค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นที่ได้จากสมการ (6) นั้นมีค่าความคลาดเคลื่อนเทียบกับค่าคำนวณมากเกินกว่าที่จะยอมรับได้ ในขณะที่ค่าความโน้มถ่วงที่ได้จากสมการ (7) นั้นมีค่าใกล้เคียงกับค่าคำนวณ

การคำนวณด้วยสมการ (7) ทั้งสองวิธี คือจากค่าเฉลี่ยและจากค่าความชันของเส้นกราฟ ได้ค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นเท่ากันเป็น $g_{\text{Exp}} = 9.7800 \text{ m/s}^2$ โดยมีความไม่แน่นอน $\pm 0.0003 \text{ m/s}^2$ และเมื่อเปรียบเทียบกับค่าคำนวณ $g_{\text{Cal}} = 9.7847 \text{ m/s}^2$ จะมีค่าความคลาดเคลื่อนประมาณ 0.05% ซึ่งบรรลุตตามเป้าประสงค์มีค่าคลาดเคลื่อนน้อยกว่า 0.5% ตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้

เอกสารอ้างอิง

1. The Bureau International des Poids et Mesures. Declaration on the unit of mass and on the definition of weight; conventional value of g_n [Internet]. 1901 [cited 2025 March 4]. Available from: <https://www.bipm.org/documents/20126/17314988/CGPM3.pdf/2459a1a9-f63a-c916-9783-4a390631e28b?version=1.1&t=1587054331426&download=true#page=70>.
2. Meriam JL, Kraige LG. Engineering mechanics dynamics [Internet]. Vol. 2. 7nd ed. New York: John Wiley and Sons; 2012 [เข้าถึงเมื่อ 1 มี.ค. 2568]. p. 723. เข้าถึงได้จาก : <https://oxvard.wordpress.com/wp-content/uploads/2018/05/engineering-mechanics-dynamics-7th-edition-j-l-meriam-l-g-kraige.pdf>
3. สายชล สิทธิพงศ์, ฌภาคม ศรีคช, บัญชา คังตระกูล. การคำนวณหาค่าความเร่งจากความโน้มถ่วงท้องถิ่น. ใน: การประชุมวิชาการระดับชาติพะเยาวิจั ครั้งที่ 10. พะเยา; 2564. น. 2578-92.
4. Nelson RA, Olsson MG. The pendulum-Rich physics from a simple system. Am J Phys. 1986;54(2): 112-21. doi:10.1119/1.14703
5. Yuningsih N, Sardjito S, Dewi Y C. Determination of earth's gravitational acceleration and moment of inertia of rigid body using physical pendulum experiments. In: OP Conf Ser: Mater Sci Eng. 2020;830 (022001):1-6. doi:10.1088/1757-899X/830/2/022001
6. สายชล สิทธิพงศ์, บัญชา คังตระกูล. การวัดค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นด้วยลูกตุ้มแท่งกลมที่มีคาบน้อยที่สุด. วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีนายเรืออากาศ [อินเทอร์เน็ต]. 2567 [เข้าถึงเมื่อ 1 มี.ค. 2568];20(2):45-55. เข้าถึงได้จาก: <https://ph02.tci-thaijo.org/index.php/nkrafa-sct/article/download/252331/171259/953346>
7. ทศนีย์ ไพรัตน์มณ, ญัฐนันท์ วรเดช. การวัดค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกในประเทศไทยและความสำคัญ. [อินเทอร์เน็ต]. 2561 [เข้าถึงเมื่อ 1 มี.ค. 2568]. เข้าถึงได้จาก: <https://www.nimt.or.th/main/?p=21307>
8. Beer FP, Johnston ER, Cornwell PJ. Vector mechanics for engineers: dynamics. 9th ed. London: McGraw-Hill; 2010.
9. บัญชา คังตระกูล, สายชล สิทธิพงศ์. การสืบค้นหาสูตรการคำนวณค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่น. วารสารวิชาการโรงเรียนนายเรือ ด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [อินเทอร์เน็ต]. ม.ค.-ธ.ค. 2566 [เข้าถึงเมื่อ 1 มี.ค. 2568];6(1):161-73. เข้าถึงได้จาก: <https://ph01.tci-thaijo.org/index.php/rtna/article/view/252569/171115>